

13. GPS ALARININ DENGELENMES

13.1 GPS ÖLÇMELER

GPS (Global Positioning System) alar, kullanılarak yer istasyonu ile uydu arasındaki uzunluklar ölçülür ve noktaların konumları, belirlenir. GPS ile nokta konumlarının belirlenmesinde pseudorangeing konum belirleme ve taşıyıcı faz ölçüleri ile konum belirleme olmak üzere iki yöntem kullanılır. Pseudorangeing konum belirlemede uydulardan yer alarına gönderilen sinyalin geliş süresi hassas bir şekilde ölçülerek, uydu ile alar arasındaki mesafe belirlenir. Bu işlemde uydudan yayılan sinyalin alar, anten tarafından kaydedilinceye kadar yol boyunca PRN (pseudorandomnoise) kodda meydana gelen deşifrelikler belirlenir. Sinyallerin yol boyunca geçen süre ve hızları ile mesafeler hesaplanır. Mesafelerden yararlanarak yer istasyonlarının konumları, belirlenir. Bu yöntem aynı zamanda kod ölçme tekniği olarak adlandırılır.

Taşıyıcı faz ölçme yönteminde uydulardan alarlara kadar taşıyıcı dalga üzerinde meydana gelen faz deşifrelikleri gözlenir. Prensipte elektronik uzunluk ölçme aletlerinin kullanılması, faz farkı yöntemine benzer. Faz farkı ölçmelerinin doğrudan olarak yapılabilmesi, uydu ve alar, saatlerinin tam olarak uyumu ile mümkündür. Fakat bu tam olarak gerçekleştirilemez. Bu zamanlama problemi ve sistematik hatalar, elimine etmek için fark yöntemleri kullanılır. Tekli farklar yönteminde bir alar, ile iki uydudan eş zamanlı ölçme ile alar, saat hataları, elimine edilir. Çift farklar yönteminde alar, ve uydu saat hataları, ile diğer sistem hataları, giderilir.

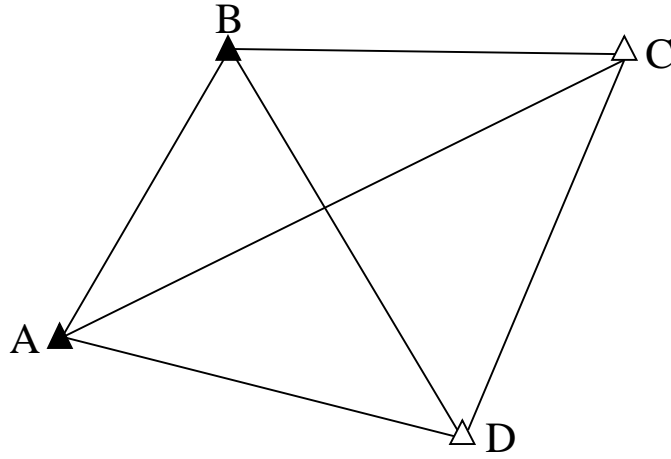
Uygulamada taşıyıcı faz ölçüleriyle konum belirlemede yeryüzündeki iki yada daha fazla alar, ile dört yada daha fazla uydudan sinyal olarak, eş zamanlı gözlemler yapılır. Bu gözlemler bir süre tekrarlanır. Bu işlemler sonucunda farklı kombinasyonlarla hesaplanabilen gereğinden çok fazla gözlemler elde edilir. Her ölçülerin değerlendirilmesi ile WGS-84 sisteminde, noktalar arasındaki kartezyen koordinat farkları, \hat{X} , \hat{Y} , \hat{Z} ile varyans - kovaryans matrisi hesaplanır. Dengelemede ölçü olarak koordinat farkları, kullanılır. Ölçüler dengelenir. Noktaların X, Y, Z koordinatları, hesaplanır. Hesaplanan koordinatlar, uygun dönüşüm yöntemleriyle ED 50 datumuna dönüştürülür ve noktaların projeksiyon koordinatları, hesaplanır.

13.2. DENGELEME ÖNCESİ VERİLERİN ANALİZİ

GPS alarının dengelenmesinden önce aların iç güvenilirliğini artırmak ve hataları, elimine etmek için aların dışsal analizleri yapılır.

Sabit noktalar arasındaki baz ölçülerinin analizi

GPS çalınmalarında sabit kontrol istasyonları, arasında da ölçmeler yapılır. Bu ölçülerin faydası, GPS ölçme sisteminin ve sabit noktaların her ikisinin birden doğruluğunu kontrol etmektir. Ölçülen ve bilinen baz uzunlukları, arasındaki farkları belirlenir. Her farklar tolerans değerlerinden daha büyükse bunun sebepleri ortaya çıkarılmalıdır.



ekil 13.1

ekil 13.1 deki a da A ve B noktalar,n,n kartezyen koordinatlar,n,n bilindi ini ve A ve B aras,ndaki kartezyen koordinat farklar,n,n ise ölçüldü ünü dü ünelim. Bilinen ve ölçülen baz bile enleri aras,ndaki farklar baz uzunlu una bölünür ve 1 000 000 ile çarp,larak, ppm (Parts Per Million) olarak, baz ölçülerinin analizi yap,l,r.

Tekrarl, baz ölçülerinin analizi

Ölçülerin tutarlı, ,n, de erlendirmek için di er bir prosedür, baz, bazlardaki ölçüleri tekrarlı, yapmakt,r. Tekrarlı, ölçüler farklı oturumlarda al,n,r ve sonuçlar kar ,la t,r,l,r.

Örne in ekil 13.1 deki a da A-C baz, üç ayrı oturumda ölçülerek $\hat{e} X$, $\hat{e} Y$, $\hat{e} Z$ kartezyen koordinat farklar,, ppm olarak kar ,la t,r,l,r.

Lup kapanmalar,n,n analizi

GPS a lar,nda birbirine ba l, pek çok kapal, lup olu maktad,r. Her bir lup için $\hat{e} X$, $\hat{e} Y$, $\hat{e} Z$ koordinat farklar,n,n cebrik toplam, s,f,r olmal,d,r. Herhangi bir lupta beklenilmeyen bir kapanma varsa lup baz,nda kaba hata yap,ld, , anla ,l,r. Lup kapanmalar, hesaplan,rken baz bile enleri basit cebirsel hesaplarla birbirine eklenir. Örne in ekil 13.1 deki ABCD lupundaki kapanmalar;

$$C_X = \hat{e} X_{AB} + \hat{e} X_{BC} + \hat{e} X_{CD} + \hat{e} X_{DA}$$

$$C_Y = \hat{e} Y_{AB} + \hat{e} Y_{BC} + \hat{e} Y_{CD} + \hat{e} Y_{DA} \quad (13.1)$$

$$C_Z = \hat{e} Z_{AB} + \hat{e} Z_{BC} + \hat{e} Z_{CD} + \hat{e} Z_{DA}$$

e itlikleriyle hesaplan,r. Her lup için

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} \quad (13.2)$$

e itli i ile hesaplanan C büyüklü ü, lup uzunlu una ($AB + BC + CD + DA$) bölünür, 1 000 000 ile çarp,larak ppm de eri elde edilir.

Lup kapanmalar,nda her baz en az bir kez hesaba girmelidir. Lup kapanmalar, hesaplanarak herhangi bir bazdaki kaba hata ortaya ç,kar,labilir. ekil 13.1 deki a da, ABD ve ABC luplar, kapanmas,na ra men, BCD lupunda büyük kapanma hatas, bulunmu sa, hatan,n CD baz,nda oldu u anla ,l,r

13.3 MATEMATİKSEL MODELİN OLUŞTURULMASI VE ÇÖZÜMÜ

GPS alar, gereğinden çok fazla ölçü içerir. Bu ölçüler en küçük kareler yöntemiyle dengelenir. Ölçüler ve düzeltmeleri istasyon noktalarının koordinatları, X_A, Y_A, Z_A olarak ifade edilir. Şekil 13.1'deki gibi A, B, C, D noktaları arasındaki $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$ Kartezyen koordinat farkları, ölçü türüdür. Ölçülen her bazın bileşenleri için bir denklem yazılabilir. Örneğin AC bazı için;

$$\begin{aligned}\hat{X}_{AC} + V_{XAC} &= -X_A + X_C \\ \hat{Y}_{AC} + V_{YAC} &= -Y_A + Y_C \\ \hat{Z}_{AC} + V_{ZAC} &= -Z_A + Z_C\end{aligned}\quad (13.3)$$

CD bazı için de;

$$\begin{aligned}\hat{X}_{CD} + V_{XCD} &= -X_C + X_D \\ \hat{Y}_{CD} + V_{YCD} &= -Y_C + Y_D \\ \hat{Z}_{CD} + V_{ZCD} &= -Z_C + Z_D\end{aligned}\quad (13.4)$$

denklikleri yazılabilir. GPS alarının dengelenmesinde ölçü sayısı n ;

$$n = \text{ölçülen baz sayısı} \times 3 \quad (13.5)$$

bilinmeyen sayısı u ;

$$u = \text{koordinat, bilinmeyen nokta sayısı} \times 3 \quad (13.6)$$

fazla ölçü sayısı f ;

$$f = n - u \quad (13.7)$$

denklikleriyle hesaplanır. (13.3) ve (13.4) denklikleri matris formunda;

$$l + V = \hat{X} \quad (13.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. (13.8) denklikindeki l , ölçülen her bazın bileşenlerini göstermektedir. GPS alarının dengelenmesinde gözlem denklikleri lineer haldedir ve A katsayılar matrisinin elemanları 0, -1 ve 1'dir. Bu matris yükseklik alarının dengelenmesindeki matris tipindedir. Gerçekten GPS alarının dengelenmesi, ölçü hataları, d, şunda, yükseklik alarının dengelenmesine oldukça benzemektedir. Ancak, GPS'te ölçülerin değerlendirilmesi sonucu hesaplanan $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$ koordinat farkları, korelasyonludur ve A katsayılar matrisi (Q_{11}) ölçülen her baz için 3×3 boyutlu bir matristir. Ölçüde

iki al,c, kullan,lmaz, durumunda GPS a ,na ait a ,rl,k katsay,lar, matrisi 3 X 3 boyutlu matrislerden olu an kö egen bir matristir. Ölçmede ikiden fazla al,c, kullan,l,rsa, e zamanl, baz ölçüleri aras,nda var olan korelasyonlarla haz,rılanan 3 X 3 boyutlu matrisler birle erek, diyagonal olmayan bir matris olu ur. Matrisin di er bütün elamanlar, s,f,rd,r.

GPS a lar,n,n dengelenmesinde A, P = Q⁻¹ℓℓ , ℓ matrisleri olu turulduktan sonra X bilinmeyenler vektörü,

$$N = A^T P A \quad n = A^T P \ell \quad (13.9)$$

olmak üzere;

$$X = N^{-1} . n \quad (13.10)$$

e itli i ile hesaplan,r. Birim a ,rl,kl, ölçünün ortalama hatas,n,n hesab,nda,

$$V = AX - \ell \quad (13.11)$$

olmak üzere

$$m = \pm \sqrt{\frac{V^T P V}{f}} \quad (13.12)$$

e itli inden yararlan,l,r.

ÖRNEK : ekil 13.1 deki a da statik yöntemle GPS ölçüsü yap,lm, t,r. Ölçmede iki adet çift frekansl, Leica 9500 al,c,s, kullan,lm, t,r. Ölçülerin de erlendirilmesi sonucu kartezyen koordinat farklar, (ê X, ê Y, ê Z) ve kofaktör matrisleri hesaplanm, t,r (Tablo 13.1 ve 13.2). A ve B noktalar, sabit noktalard,r. A-C baz, üç ayr, oturumda üç kez ölçülmü tür. Ölçüleri dengeleyiniz ve dengelenmi koordinatlar, hesaplay,n,z.

Tablo 13.1 Kartezyen koordinat farklar, ve e ik uzunluklar

Noktalar	Kartezyen Koordinat Farklar,			E ik Mesafe (m)
	ê X (m)	ê Y (m)	ê Z (m)	
A ó D	-1712.9940	1876.9168	369.0246	2567.751
A ó C	1630.4649	3168.9033	-4189.7203	5500.374
A ó C	1630.4688	3168.8997	-4189.8219	5500.375
A ó C	1630.4681	3168.8991	-4189.7277	5500.379
A ó B	1339.3310	826.0854	-2100.8101	2624.810
B ó D	-3052.3270	1050.8303	2469.8358	4064.607
B ó C	291.1172	2342.8210	-2088.9120	3152.319
C ó D	-3343.4487	-1291.9916	4558.7454	5799.142

Tablo 13.2 Kartezyen koordinat farklar,n,n a ,rl,k katsay,lar, (.10⁻⁵)

Noktalar	Q _{xx}	Q _{xy}	Q _{xz}	Q _{yy}	Q _{yz}	Q _{zz}
A ó D	6.712	1.726	2.689	1.987	0.844	4.472
A ó C	0.497	0.197	0.214	0.195	0.115	0.307
A ó C	4.128	1.445	2.144	1.984	0.817	4.455
A ó C	1.206	0.532	0.600	5.180	0.395	0.835
A ó B	2.839	0.654	1.132	0.612	0.310	1.437
B ó D	5.210	1.183	2.101	1.220	0.549	2.956
B ó C	2.835	0.654	1.128	0.613	0.310	1.433
C ó D	6.759	1.735	2.700	1.989	0.846	4.474

A ve B noktalar,n,n kartezyen koordinatlar,

NN	X (m)	Y (m)	Z (m)
A	4 242 381.8898	2 702 852.9333	3 910 299.7461
B	4 243 721.3038	2 703 678.9814	3 908 199.0174

C ve D noktalar,n,n kartezyen koordinatlar,

$$\begin{aligned} X_C &= X_A + \hat{\epsilon} X_{AC} & Y_C &= Y_A + \hat{\epsilon} Y_{AC} & Z_C &= Z_A + \hat{\epsilon} Z_{AC} \\ X_D &= X_A + \hat{\epsilon} X_{AD} & Y_D &= Y_A + \hat{\epsilon} Y_{AD} & Z_D &= Z_A + \hat{\epsilon} Z_{AD} \end{aligned}$$

e itlikleriyle hesaplan,r.

NN	X (m)	Y (m)	Z (m)
C	4 244 012.3547	2 706 021.8366	3 906 110.0258
D	4 240 668.8958	2 704 729.8501	3 910 668.7707

Dengeleme öncesi bölüm 13.2 de aç,klanana analizleri yapal,m.

Tablo 13.3 Baz bile enlerinin sabit ve ölçülen de erlerinin kar ,la t,r,lmas,

Baz bile enleri	Ölçülen (m)	Sabit (m)	Fark (m)	ppm
$\hat{\epsilon} X$	1339.3310	1339.4140	0.0830	31.6
$\hat{\epsilon} Y$	826.0854	826.0481	0.0373	14.2
$\hat{\epsilon} Z$	-2100.8101	-2100.7287	0.0814	31.0

A ó C baz., üç ayr, oturumda, üç kez ölçüldü ü için baz bile enlerinin kar ,la t,rmas, yap,labilir.

Tablo 13.4 Tekrarlı, baz ölçülerinin kar ,la t,r,lmas,

Baz bile enleri	1.ölçü	2.ölçü	3.ölçü	Farklar (m)					
				1-2	ppm	1-3	ppm	2-3	ppm
ê X	1630.4649	1630.4688	1630.4681	0.0039	0.71	0.0032	0.58	0.0007	0.13
ê Y	3168.9033	3168.8997	3168.8991	0.0036	0.65	0.0042	0.76	0.0006	0.11
ê Z	-4189.7203	-4189.7219	-4189.7277	0.0016	0.29	0.0074	1.34	0.0058	1.05

Lup kapanmalar,n,n analizi tablo 13.5 de verilmektedir.

Tablo 13.5 Lup kapanmalar,n,n analizi

Lup	Lup kapanmalar,			$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2}$	Lup uzunlu u (m)	ppm
	C_x (m)	C_y (m)	C_z (m)			
ABD	-0.0020	-0.0011	0.0011	0.0025	9257.168	0.27
ABC	-0.0199	0.0073	0.0056	0.0219	11277.503	1.94
ACD	0.0134	-0.0093	-0.0069	0.0177	13867.272	1.28
BCD	-0.0045	-0.0009	-0.0024	0.0052	13016.068	0.40
ABCD	-0.0065	-0.0020	-0.0013	0.0069	14144.022	0.48

Tablo 13.2 de görüldü ü gibi \underline{Q}_{AD} , \underline{Q}_{AC} , \dots , \underline{Q}_{CD} matrislerinin boyutlar, 3 X 3 dür ve kö egen matristir.

$$\underline{Q}_{AD} = \begin{bmatrix} 0.00006712 & 0.00001726 & 0.00002689 \\ 0.00001726 & 0.00001987 & 0.00000844 \\ 0.00002689 & 0.00000844 & 0.00004472 \end{bmatrix} \quad \underline{P}_{AD} = \begin{bmatrix} 23349.456 & -15566.696 & -11102.056 \\ -15566.696 & 65091.275 & -2924.461 \\ -11102.056 & -2924.461 & 29588.925 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_{AC} = \begin{bmatrix} 0.00000497 & 0.00000197 & 0.00000214 \\ 0.00000197 & 0.00000195 & 0.00000115 \\ 0.00000214 & 0.00000115 & 0.00000307 \end{bmatrix} \quad \underline{P}_{AC} = \begin{bmatrix} 387638.230 & -298117.403 & -158537.720 \\ -298117.403 & 887503.712 & -124644.308 \\ -158537.720 & -124644.308 & 482935.399 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_{AC} = \begin{bmatrix} 0.00004128 & 0.00001445 & 0.00002144 \\ 0.00001445 & 0.00001984 & 0.00000817 \\ 0.00002144 & 0.00000817 & 0.00004455 \end{bmatrix} \quad \underline{P}_{AC} = \begin{bmatrix} 40112.019 & -23002.407 & -15085.792 \\ -23002.407 & 67711.377 & -1347.482 \\ -15085.792 & -1347.482 & 29953.946 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_{AC} = \begin{bmatrix} 0.00001206 & 0.00000532 & 0.00000600 \\ 0.00000532 & 0.00005180 & 0.00000395 \\ 0.00000600 & 0.00000395 & 0.00000835 \end{bmatrix} \quad \underline{P}_{AC} = \begin{bmatrix} 131142.738 & -6518.015 & -91150.930 \\ -6518.015 & 20351.419 & -4943.714 \\ -91150.930 & -4943.714 & 187596.797 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_{AB} = \begin{bmatrix} 0.00002839 & 0.00000654 & 0.00001132 \\ 0.00000654 & 0.00000612 & 0.00000310 \\ 0.00001132 & 0.00000310 & 0.00001437 \end{bmatrix} \quad \underline{P}_{AB} = \begin{bmatrix} 61005.363 & -45860.715 & -38163.709 \\ -45860.715 & 217920.053 & -10884.403 \\ -38163.709 & -10884.403 & 102001.032 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_{BD} = \begin{bmatrix} 0.00005210 & 0.00001183 & 0.00002101 \\ 0.00001183 & 0.00001220 & 0.00000549 \\ 0.00002101 & 0.00000549 & 0.00002956 \end{bmatrix} \quad \underline{P}_{BD} = \begin{bmatrix} 31700.421 & -22478.585 & -18356.509 \\ -22478.585 & 105381.869 & -3595.108 \\ -18356.509 & -3595.108 & 47544.228 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_{BC} = \begin{bmatrix} 0.00002835 & 0.00000654 & 0.00001128 \\ 0.00000654 & 0.00000613 & 0.00000310 \\ 0.00001128 & 0.00000310 & 0.00001433 \end{bmatrix} \quad \underline{P}_{BC} = \begin{bmatrix} 61005.272 & -45812.847 & -38110.233 \\ -45812.847 & 217574.881 & -11005.807 \\ -38110.233 & -11005.807 & 102163.393 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_{CD} = \begin{bmatrix} 0.00006759 & 0.00001735 & 0.00002700 \\ 0.00001735 & 0.00001989 & 0.00000846 \\ 0.00002700 & 0.00000846 & 0.00004474 \end{bmatrix} \quad \underline{P}_{CD} = \begin{bmatrix} 23202.543 & -15533.038 & -11065.247 \\ -15533.038 & 65072.514 & -2930.743 \\ -11065.247 & -2930.743 & 29583.276 \end{bmatrix}$$

(13.9) e itli i ile \underline{N} ve \underline{n} , (13.10) ile \underline{x} bilinmeyenleri, (13.11) ile V düzeltmeleri ve (13.12) ile birim a ,r1,kl, ölçünün ortalama hatas, hesaplan,r.

$$N = \begin{pmatrix} 643100.8025989 & -388983.7112703 & -313949.9219666 & -23202.5431126 & 15533.0382918 & 11065.2472081 \\ -388983.7112703 & -1258213.9032029 & -144872.0545960 & 15533.0382918 & -65072.5137436 & 2930.7427893 \\ -313949.9219666 & -144872.0545960 & 832232.8112533 & 11065.2472081 & 2930.7427893 & -29583.2757849 \\ -23202.5431126 & 15533.0382918 & 11065.2472081 & 78252.4194628 & -53578.3198511 & -40523.8122344 \\ 15533.0382918 & -65072.5137436 & 2930.7427893 & -53578.3198511 & 235545.6577724 & -9450.3115341 \\ 11065.2472081 & 2930.7427893 & -29583.2757849 & -40523.8122344 & -9450.3115341 & 106716.4295752 \end{pmatrix}$$

$$N^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0000028 & 0.0000010 & 0.0000012 & 0.0000008 & 0.0000003 & 0.0000004 \\ 0.0000010 & 0.0000012 & 0.0000006 & 0.0000003 & 0.0000003 & 0.0000002 \\ 0.0000012 & 0.0000006 & 0.0000018 & 0.0000004 & 0.0000002 & 0.0000005 \\ 0.0000008 & 0.0000003 & 0.0000004 & 0.0000207 & 0.0000051 & 0.0000083 \\ 0.0000003 & 0.0000003 & 0.0000002 & 0.0000051 & 0.0000056 & 0.0000024 \\ 0.0000004 & 0.0000002 & 0.0000005 & 0.0000083 & 0.0000024 & 0.0000128 \end{pmatrix}$$

$$n = \begin{pmatrix} 3652.4546593 \\ -11263.8072774 \\ 4303.9777367 \\ 2226.8515829 \\ -6655.7977748 \\ 2490.4466633 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 0.0050 \\ -0.0083 \\ 0.0065 \\ 0.0345 \\ -0.0217 \\ 0.0360 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 0.0345 \\ -0.0217 \\ 0.0360 \\ 0.0050 \\ -0.0083 \\ 0.0065 \\ 0.0011 \\ -0.0047 \\ 0.0081 \\ 0.0018 \\ -0.0041 \\ 0.0139 \\ 0.0830 \\ -0.0373 \\ 0.0814 \\ -0.0465 \\ 0.0167 \\ -0.0465 \\ -0.0613 \\ 0.0259 \\ -0.0731 \\ 0.0193 \\ -0.0083 \\ 0.0290 \end{pmatrix} m$$

Birim ölçünün ortalama hatas,
m = ± 11.6599

Yeni noktalar,n kartezyen koordinatlar, ve ortalama hatalar,.

NN	X (m)	Y (m)	Z (m)			
C	4 244 012.3597	2 706 021.8283	3 906 110.0323	0.0194	0.0127	0.0155
D	4 240 668.9303	2 704 729.8284	3 910 668.8067	0.0530	0.0275	0.0418

Dengelenmi kartezyen koordinat farklar, ve düzeltmeleri

Noktalar	$\hat{e} X$ (m)	$\hat{e} Y$ (m)	$\hat{e} Z$ (m)	V_x (m)	V_y (m)	V_z (m)
A ó D	-1712.9595	1876.8951	369.0606	0.0345	-0.0217	0.0360
A ó C	1630.4699	3168.8950	-4189.7138	0.0050	-0.0083	0.0065
A ó C	1630.4699	3168.8950	-4189.7138	0.0011	-0.0047	0.0081
A ó C	1630.4699	3168.8950	-4189.7138	0.0018	-0.0041	0.0139
A ó B	1339.4140	826.0481	-2100.7287	0.0830	-0.0373	0.0814
B ó D	-3052.3735	1050.8470	2469.7893	-0.0465	0.0167	0.0465
B ó C	291.0559	2342.8469	-2088.9851	-0.0613	0.0259	-0.0731
C ó D	-3343.4294	-1291.9999	4558.7744	0.0193	-0.0083	0.0290